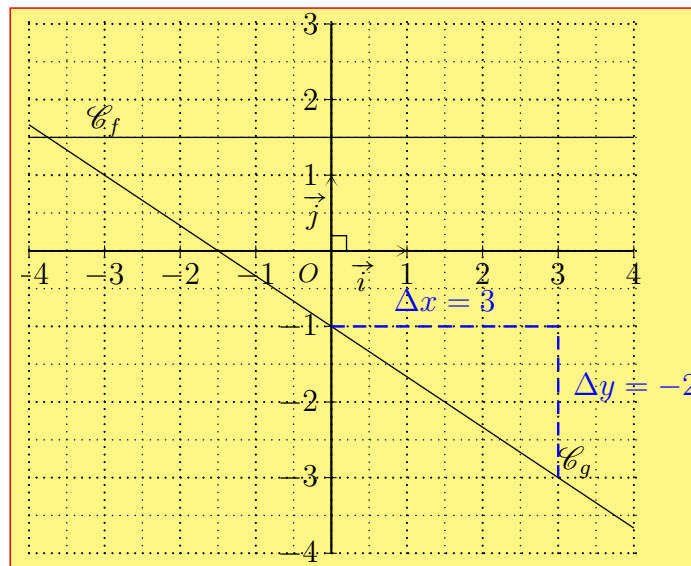


Correction du devoir de mathématiques n° 6

Exercice 1 :



f est une fonction affine constante. $f(x) = 1.5$

$$g(x) = ax + b$$

$$\left. \begin{array}{l} b = -1 \\ a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{g(x) = -\frac{2}{3}x - 1}$$

Exercice 2 :

Soit f une fonction affine telle que $f(3) = -2$ et $f(-5) = 14$.

f est une fonction affine donc $f(x) = ax + b$.

* Calcul de a :

$$a = \frac{f(3) - f(-5)}{3 - (-5)}$$

$$= \frac{-2 - 14}{3 - (-5)}$$

$$= \frac{-16}{8}$$

$$= -2$$

$$f(x) = -2x + b$$

* Calcul de b :

On a $f(3) = -2$

$$\Leftrightarrow -2 \times 3 + b = -2$$

$$\Leftrightarrow -6 + b = -2$$

$$\Leftrightarrow b = -2 + 6$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

$$\boxed{f(x) = -2x + 4}$$

Exercice 3 :

Soit f une fonction affine définie sur \mathbb{R} telle que $f(x) = -6x + 11$.

1. f est une fonction affine et $a = -6 < 0$ donc la fonction f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

Tableau de variation de f :

x	$-\infty$	$+\infty$
f	\searrow	

2. On a $\sqrt{3} \leq \sqrt{7}$ donc $f(\sqrt{3}) \geq f(\sqrt{7})$ car f est décroissante sur \mathbb{R} (le sens de l'inégalité est inversé).

En calculant les images de $\sqrt{3}$ et $\sqrt{7}$ par f , on obtient $-6\sqrt{3} + 11 \geq -6\sqrt{7} + 11$

Exercice 4 :

a) $3x - 2 < 8x + 5$
 $\Leftrightarrow 3x - 8x < 5 + 2$
 $\Leftrightarrow -5x < 7$
 $\Leftrightarrow x > -\frac{7}{5}$ car -5 est négatif donc l'ordre est inversé

Ainsi, $S =]-\frac{7}{5} ; +\infty[$

b) $7x - 3(x + 1) \geq 2x + 7$
 $\Leftrightarrow 7x - 3x - 3 \geq 2x + 7$
 $\Leftrightarrow 7x - 3x - 2x \geq 7 + 3$
 $\Leftrightarrow 2x \geq 10$
 $\Leftrightarrow x \geq \frac{10}{2}$
 $\Leftrightarrow x \geq 5$

Ainsi, $S = [2 ; +\infty[$

Exercice 5 :

Soit x le nombre de places à 25 €. Ainsi le nombre de places à 20 € est $2x$. Il y a autant de places à 15 € que de places à 20 € et 25 € réunies (la moitié à 15 € et l'autre moitié à 20 € ou 25 €). Il y a donc $x + 2x = 3x$ places à 15 €. On a donc

$$3x \times 15 + 2x \times 20 + x \times 25 = 9460$$

$$\Leftrightarrow 45x + 40x + 25x = 9460$$

$$\Leftrightarrow 110x = 9460$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9460}{110}$$

$$\Leftrightarrow x = 86$$

Il y a 86 places à 25 € ; $2 \times 86 = 172$ places à 20 € et $86 + 172 = 258$ places à 15 €. Soit un total de 516 places.

Exercice 6 :

Un site internet propose deux formules de téléchargement de musique en ligne :

Formule A : 0,90 € par titre téléchargé ;

Formule B : abonnement mensuel de 10 € et 0,15 € par titre téléchargé.

On note : • x , le nombre de titres téléchargés en un mois ;

- $f_A(x)$, le coût (en euros) du téléchargement correspondant à la formule A pour x titres téléchargés ;
- $f_B(x)$, le coût (en euros) du téléchargement correspondant à la formule B pour x titres téléchargés ;

1. Avec la **formule A** : $f_A(x) = 0,9x$.

Avec la **formule B** : $f_B(x) = 0,15x + 10$.

2. a) $f_A(x) \leq f_B(x)$:

$$0,15x + 10 < 0,9x$$

$$\Leftrightarrow 0,15x - 0,9x < -10$$

$$\Leftrightarrow -0,75x < -10$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{-10}{-0,75} \text{ car } -0,75 \text{ est négatif}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{40}{3}$$

Ainsi, $S =]\frac{40}{3} ; +\infty[$

- b) Ainsi, à partir de 14 téléchargements par mois ($\frac{40}{3} \approx 13,33$), la formule B est plus avantageuse que la formule A.
3. Le programme en langage Python ci-dessous, affiche la formule la plus intéressante et le prix en fonction du nombre de téléchargements effectués. Compléter les lignes 2, 4, 8 et 9.

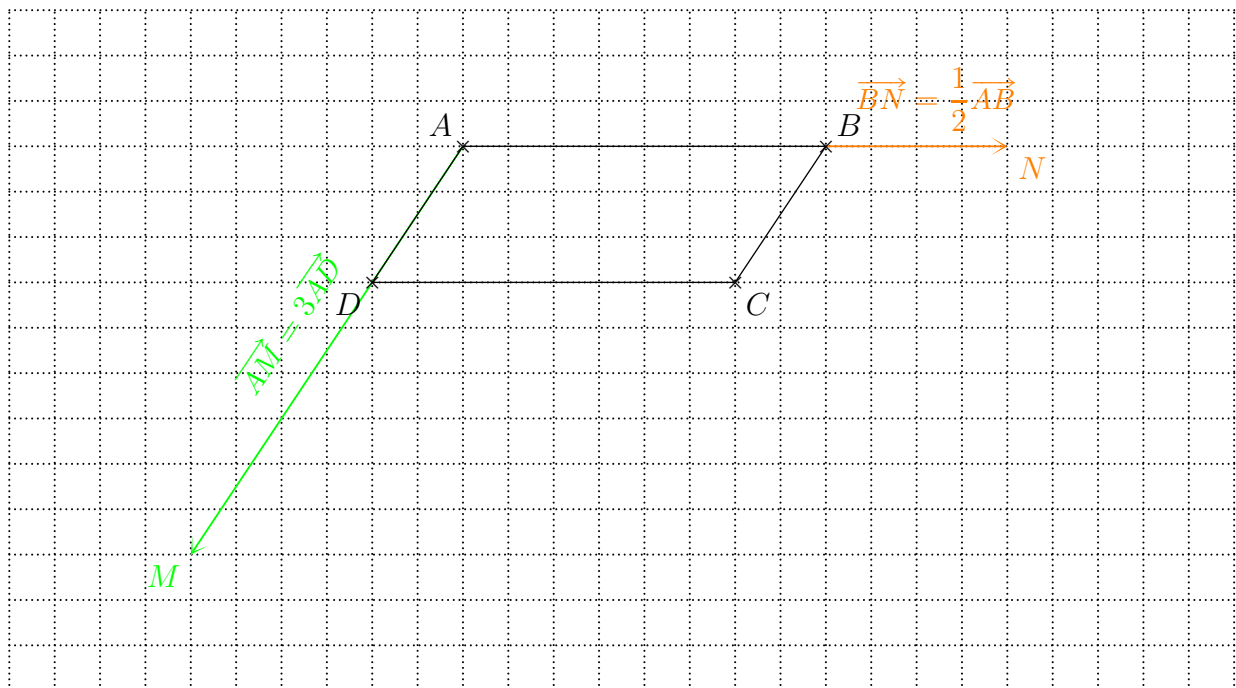
```

1 def tarif(x):
2     A=0.9*x
3     B=10+0.15*x
4     if A<B:
5         print("Choisir la formule A")
6         print("Le coût est égal à",A)
7     else:
8         print("Choisir la formule B")
9         print("Le coût est égal à",B)
    
```

Exercice 7 :

$ABCD$ est un parallélogramme non aplati. (figure ci-dessous)

1. Les points M et N définis par $\vec{AM} = 3\vec{AD}$ et $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.



2. Puisque le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, d'après la règle du parallélogramme, on en déduit que $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

3. * Exprimons \vec{CM} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} :

On a $\vec{AM} = 3\vec{AD}$

$\Leftrightarrow \vec{AC} + \vec{CM} = 3\vec{AD}$ d'après la relation de CHASLES

$\Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CM} = 3\vec{AD}$ on utilise l'égalité de la question précédente

$$\iff \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

$$\iff \overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$$

On a donc démontré que $\boxed{\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}}$.

* Exprimons \overrightarrow{CM} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} :

$$\text{On a } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\iff \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{d'après la relation de CHASLES}$$

$$\iff \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \text{ car } ABCD \text{ est un parallélogramme}$$

$$\iff \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

On a donc démontré que $\boxed{\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}}$.

4. Les points C, M et N sont alignés si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{CM} et \overrightarrow{CN} sont colinéaires.

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{array} \right\} \textcircled{\times(-2)}$$

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{CN} &= -2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) \\ &= -\frac{2}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \\ &= -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{CM} \end{aligned}$$

Ainsi, $-2\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CM}$. Les vecteurs \overrightarrow{CM} et \overrightarrow{CN} sont colinéaires et donc, les points C, M et N sont alignés.