Continuité

Exercice 1 - Fonction partie entière

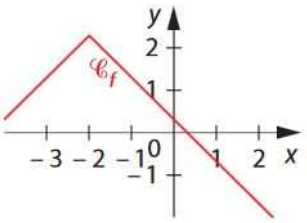
Pour tout réel x, il existe un unique entier n dans $\mathbb{Z}$ tel que $n \leqslant x < n+1$. n est le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x. Cet entier n est appelé la partie entière du réel x et noté E(x).

1. Tracer la courbe représentative de la fonction partie entière.
2. Que peut-on dire ?

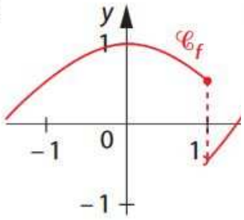
Exercice 2 - Pour chacune des fonctions représentées ci-desous, dire sur quel(s) intervalle(s) la fonction semble :

a) définie ; b) continue ; c) dérivable.

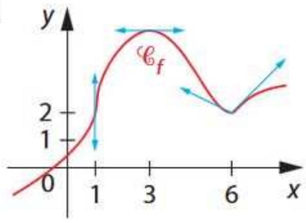
①



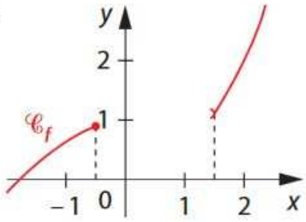
②



③



④



Exercice 3 -

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = -3x + m & \text{si } x < 3 \\ f(x) = 2x^2 - 2x + 1 & \text{si } x \geqslant 3 \end{cases}$

Calculer la valeur du réel m pour que la fonction f soit continue en 3.

Exercice 4 - Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ pour $x \neq 0$ et $g(0) = 0$. On note C sa courbe représentative.

1. Montrer que g est une fonction impaire sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que g est continue en 0.
3. La fonction g est-elle dérivable en 0 ?
4. Déterminer la limite de g en $+\infty$ et en déduire la limite en $-\infty$. Interpréter garphiquement.
5. Étudier le sens de variation de la fonction g sur $[0\ ;\ +\infty[$.